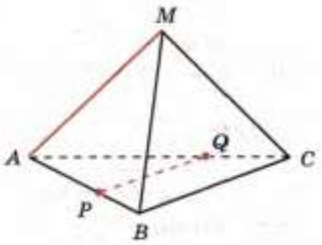
21.11.23 2ст

Математика

Тема: «Перпендикулярность в пространстве»

42

В тетраэдре $MABC$ ребра MA и BC перпендикулярны, P — точка ребра AB, причем $AP : AB = 2 : 3$, Q — точка ребра AC и $AQ : QC = 2 : 1$. Докажите, что $MA \perp PQ$.



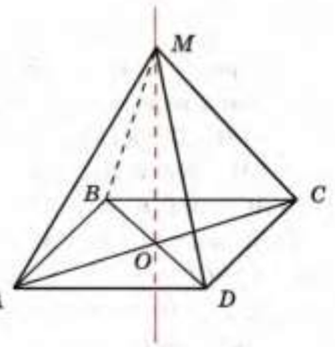
Доказательство. $\triangle APQ \sim \triangle ABC$, так как ______________________________________ . Поэтому $PQ \parallel$ _____, и угол между прямыми MA и PQ _______________, т. е. $MA \perp$ _____

43

Через точку O пересечения диагоналей ромба $ABCD$ проведена прямая OM, перпендикулярная к плоскости ромба, причем $OM = 6$ см, $AC = 16$ см, $BD = 4\sqrt{3}$ см. Найдите:

а) расстояние от точки M до вершин ромба;

б) расстояние от точки M до стороны DC.



Решение. а) Четырехугольник $ABCD$ — ромб, а отрезки AC и BD — его диагонали, пересекающиеся в точке O, поэтому $OA =$ _____, $OB =$ _____. Так как $MO \perp ABC$, то $MO \perp$ _____ и $MO \perp$ _____. В треугольниках AMC и BMD медиана MO является и _____________, поэтому эти треугольники _____________________, т. е. ______________________________________.

Из прямоугольного треугольника AOM с катетами 6 см и 8 см имеем: $MA =$ _____.

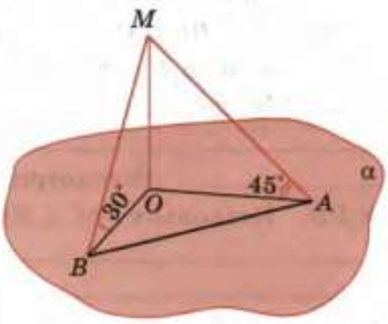
Из прямоугольного треугольника BOM находим: $MB =$ _______________ см.

Итак, $MA = MC =$ ________, $MB = MD =$ _______

б) В треугольнике DMC проведем $MP \perp DC$ и рассмотрим плоскость MOP. Прямая DC перпендикулярна к двум пересекающимся прямым _____ и _____ этой плоскости, следовательно, по ______________________________________ $DC \perp$ _____, а потому перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости, в частности $DC \perp OP$. $\triangle COD$ прямоугольный, так как ____________________, OP — его высота, поэтому $OP = \frac{CO \cdot OD}{DC} =$ _____________ $=$ __________

Ответ. а) ________; б) _________

49



Из точки M к плоскости α проведены перпендикуляр MO и две наклонные MA и MB, которые образуют со своими проекциями на эту плоскость $\angle MAO = 45°$, $\angle MBO = 30°$, угол между наклонными равен $90°$.

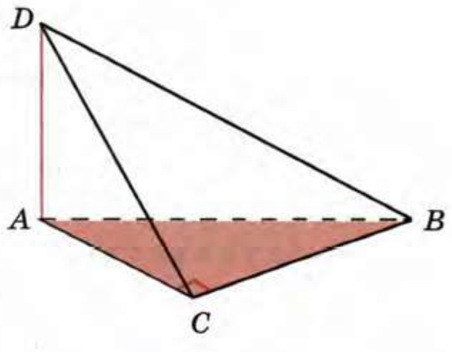
Найдите расстояние между основаниями наклонных, если проекция наклонной MA равна $\sqrt{3}$ см.

Решение. $MO \perp \alpha$, поэтому $MO \perp$ ____ и $MO \perp$ ____ . $\triangle AMO$ прямоугольный и равнобедренный: $\angle O =$ ____ , $\angle A = \angle$ ____ $=$ ____ , $AO =$ ______ , следовательно, $MO =$ ______ , $AM =$ ______ . $\triangle BMO$ прямоугольный: $\angle O =$ ____ , $\angle B =$ ____ , $MO =$ ______ , поэтому $MB = 2$ ____ $=$ ____ см.

$\triangle AMB$ прямоугольный: $\angle M =$ ____ , $AM =$ ______ , $BM =$ ______ , поэтому $AB =$ ____________ $=$ ________ $=$ ____ см.

Ответ. ____ см.

53



Через вершину A прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C проведена прямая AD, перпендикулярная к плоскости треугольника. Докажите, что треугольник CBD прямоугольный (задача 145 а учебника).

Доказательство. Из точки D к плоскости ABC проведены перпендикуляр ____ и наклонная ____ . Прямая BC лежит в плоскости ABC и перпендикулярна к проекции ____ наклонной ____ на эту плоскость, поэтому, согласно ____ ,

$BC \perp DC$, т. е. треугольник CBD ________________________________